

Nota sulle equazioni parametriche fratte

Liceo Assteas -Buccino-

29 Settembre 2023

Sono esempi di equazioni parametriche fratte le seguenti:

$$1. \quad \frac{3kx - 1}{3 - x} - 3k = -2x + \frac{3}{5} - \frac{k + 1}{2 + x}$$

$$2. \quad \frac{x - 1}{5 - x} - 3x = -2kx + \frac{3}{x - 2} + \frac{1}{k - 1}$$

Entrambi sono equazioni parametriche fratte, il termine "fratte" è riferito esclusivamente alla variabile x che trovasi a denominatore di una certa espressione. Nelle due equazioni evidenziate, nella prima il parametro k è sempre a numeratore e nella seconda compare anche a denominatore ma entrambe sono equazioni fratte!!!

Ricordate che noi abbiamo parlato di $C.A.$ (Campo di Accettabilità) e $C.E.$ (Campo di Esistenza). Vi ricordo che il $C.A.$ è legato alle soluzioni delle equazioni frazionarie; mentre il $C.E.$ è legato al parametro delle equazioni. Cosa possiamo dire del $C.E.$ e del $C.A.$ delle due equazioni scritte?

Nella prima il $C.E.$ è $X = \mathbb{R}$, mentre $C.A.$ è $T = \mathbb{R} - \{-2, 3\}$.

Nella seconda il $C.E.$ è $X = \mathbb{R} - \{1\}$, mentre $C.A.$ è $T = \mathbb{R} - \{2, 5\}$.

Vediamo ora come si discute un'equazione parametrica fratta e senza perdere tempo passiamo al seguente:

Esempio 1 *Risolvere la seguente equazione parametrica fratta:*

$$\frac{1}{k - 1} = \frac{x + k}{x}$$

Svolgimento

Evidente che $C.E.$ sarà $X = \mathbb{R} - \{1\}$.

Evidente che $C.A.$ sarà $T = \mathbb{R} - \{0\}$.

Abbiamo supposto $k \neq 1$ e $x \neq 0$, dunque m.c.m è la quantità $(k - 1)x$ e svolgendo i soliti calcoli si ottiene:

$$x = kx + k^2 - x - k \implies (k - 2)x = k(1 - k)$$

A questo punto inizia la discussione per risolvere l'equazione:

- Se $k \neq 1$ e $k \neq 2$, allora $x = \frac{k(1 - k)}{k - 2}$

Attenzione ora che la soluzione trovata potrebbe coincidere con una soluzione non appartenente al C.A. e dunque doveroso chiedersi quando accade che:

$$\frac{k(1 - k)}{k - 2} = 0$$

ciò accade se $k = 0$, allora in tal caso la soluzione non è accettabile e l'equazione è impossibile.

Resta da discutere il caso $k = 2$, l'equazione diventa: $0x = -2$ ed è impossibile!!

Se desideriamo fare una sintesi, in questo consiste la discussione, cosa possiamo dire:

- Evidente che C.E. sarà $X = \mathbb{R} - \{1\}$.
- Evidente che C.A. sarà $T = \mathbb{R} - \{0\}$.
- Se $k \neq 0$, $k \neq 1$ e $k \neq 2$, allora $x = \frac{k(1 - k)}{k - 2}$
- Se $k = 0$ o $k = 2$ l'equazione è impossibile. Osserviamo che mentre per $k = 2$ l'equazione è impossibile perchè del tipo $0x = -2$; per $k = 0$ l'equazione è impossibile perchè la soluzione $x = 0$ non è accettabile!!!

Ora tocca a voi!!

Esercizio 1 Risolvere la seguente equazione parametrica fratta:

$$\frac{k - 1}{k + 2} = \frac{k + 1}{x - 2}$$