

# Nota sulle disequazioni irrazionali

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fernicola

31 maggio 2024

In questa nota vogliamo discutere delle seguenti disequazioni irrazionali:

$$\text{(Tipo 1)} \quad \sqrt{f(x)} > g(x) \qquad \text{(Tipo 2)} \quad \sqrt{f(x)} < g(x)$$

$$\text{(Tipo 1)} \quad \sqrt{f(x)} > g(x)$$

In questo caso bisogna unire le soluzioni dei seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$$

**Esempio 1**  $\sqrt{x^2 - 1} > x + 3$

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + 3 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 1 > x^2 + 6x + 9 \end{cases}$$

Il primo sistema di disequazioni di sinistra ammette come soluzioni :  $S_1 = (-\infty, -3)$  mentre quello di destra la soluzione  $S_2 = \left[-3, -\frac{5}{3}\right)$ , allora bisogna unire le soluzioni di  $S_1$  e  $S_2$  e quindi  $S_1 \cup S_2 = S = \left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$ .

$$\text{(Tipo 2)} \quad \sqrt{f(x)} < g(x)$$

In questo caso bisogna determinare le soluzioni del seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases}$$

**Esempio 2**  $\sqrt{x^2 - 1} < x + 3$

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + 3 > 0 \\ x^2 - 1 < x^2 + 6x + 9 \end{cases}$$

Il sistema di disequazioni ammette come soluzioni :  $S = \left(-\frac{5}{3}, -1\right]$ .

**Osservazione 1** Vediamo invece come impostare con il verso  $\geq$  o  $\leq$

$$\text{Per (Tipo 1)} \quad \sqrt{f(x)} \geq g(x), \text{ allora } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq [g(x)]^2 \end{cases}$$

$$\text{Per (Tipo 2)} \quad \sqrt{f(x)} \leq g(x), \text{ allora } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq [g(x)]^2 \end{cases}$$