

Esercizio n.4 sui valori assoluti

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fernicola

13 Novembre 2024

Esempio 1 Risolvere la seguente equazione contenente valori assoluti:

$$\frac{|x-2|}{x} = \frac{x}{|x-2|+1}$$

Svolgimento

Tentiamo di manipolarla per scriverla in una forma migliore. Intanto osserviamo che $x \neq 0$. Non ci sono dubbi che possiamo scrivere $|x-2|^2 + |x-2| = x^2 \implies x^2 - 4x + 4 + |x-2| = x^2$ e finalmente possiamo scrivere:

$$|x-2| = 4x - 4$$

Ora l'uguaglianza sussiste purché il secondo membro risulta non negativo e quindi $4x - 4 \geq 0$ e ricordiamo che comunque deve essere $x \neq 2$, dunque C.A. : $x \geq 1 \wedge x \neq 2$. In tal caso l'equazione si "spezza" in due equazioni: $x - 2 = 4x - 4 \vee x - 2 = -4x + 4$

La prima equazione diventa $3x = 2 \implies x = \frac{2}{3}$, soluzione non accettabile.

La seconda equazione diventa $5x = 6 \implies x = \frac{6}{5}$, soluzione non accettabile.

In definitiva le soluzioni dell'equazione assegnata sono: $S = \left\{ \frac{6}{5} \right\}$.