

Trasformazioni dei grafici di funzioni

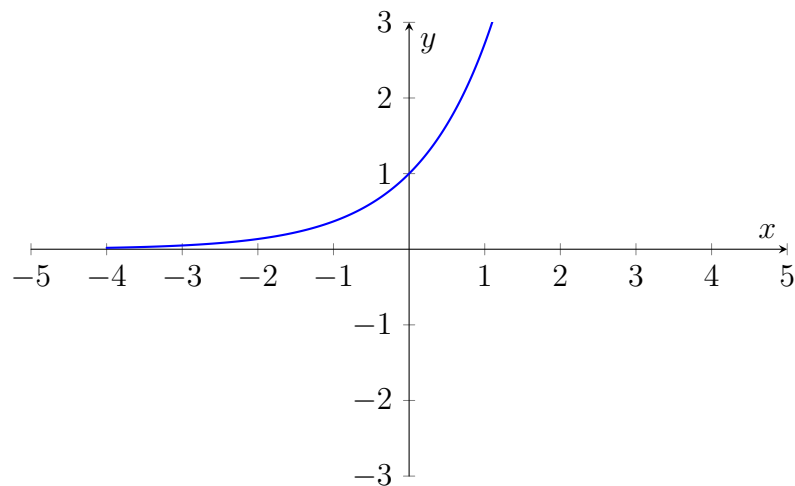
F. Fernicola

18 Ottobre 2025

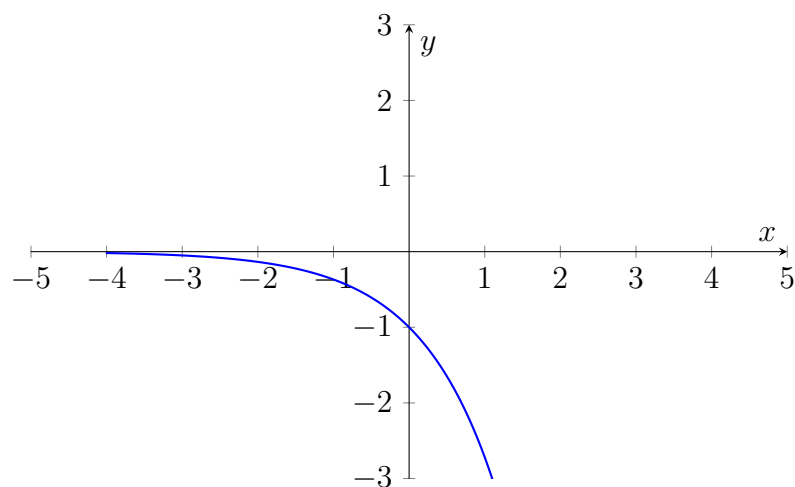
Osservazione 1 *Le tecniche esporrò in questa nota sono riferite a particolari trasformazioni della funzione $f(x)$. Conoscendo il grafico di f possiamo senza sforzo dedurre il grafico della funzione trasformata. Ancora un volta sottolineo l'importanza di conoscere i grafici delle funzioni elementari. Vediamo quali sono alcune di queste particolari trasformazioni*

1. Simmetria rispetto all'asse delle ascisse $-f(x)$.

Esempio 1 *Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = e^x$*



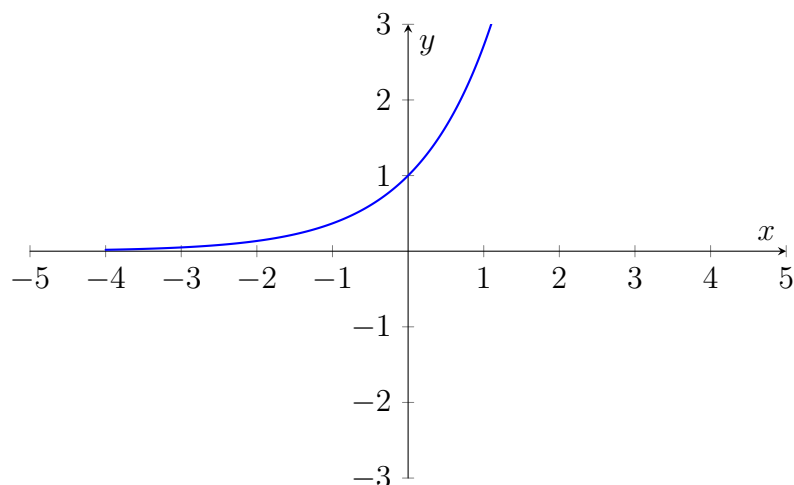
Il grafico della funzione $g(x) = -f(x) = -e^x$, sarà il seguente:



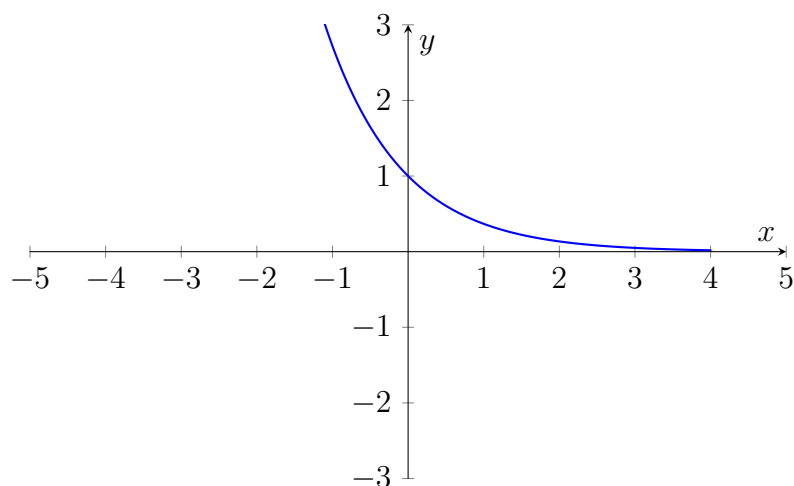
Esercizio 1 *Disegnare il grafico di $g(x) = -\log_{\frac{1}{2}} x$*

2. Simmetria rispetto all'asse delle ordinate $f(-x)$.

Esempio 2 Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = e^x$



Il grafico della funzione $g(x) = f(-x) = e^{-x}$, sarà il seguente:



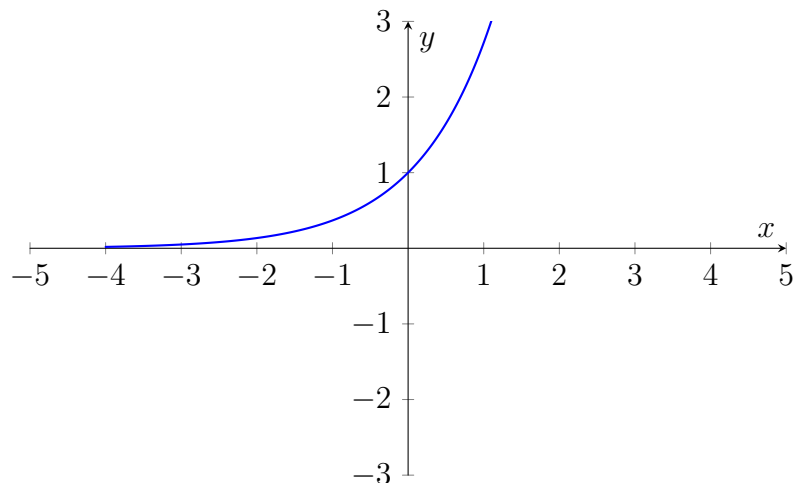
Osservazione 2 Bisogna costruire il grafico facendo una simmetria rispetto all'asse delle y . Nel caso precedente si faceva una simmetria rispetto all'asse delle x . In parole brutali dovete "ribaltare" i grafici rispetto agli assi cartesiani. Vi faccio notare nel caso della simmetria rispetto a y e quindi operando con $f(-x)$, nel caso f sia pari, vi ritrovate con lo stesso grafico dopo la trasformazione è questa non è una novità in quanto $f(x) = f(-x)$ con f funzione pari.

Esercizio 2 Disegnare il grafico di $g(x) = \log_3(-x)$

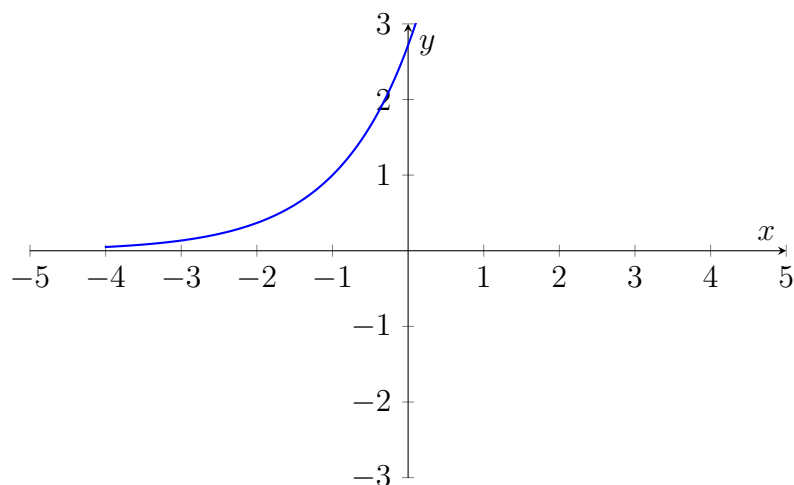
3. Traslazione a sinistra se $a > 0$ con $f(x + a)$.

3. Traslazione a destra se $a < 0$ con $f(x + a)$.

Esempio 3 Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = e^x$



Il grafico della funzione $g(x) = f(x + 1) = e^{x+1}$, sarà il seguente:



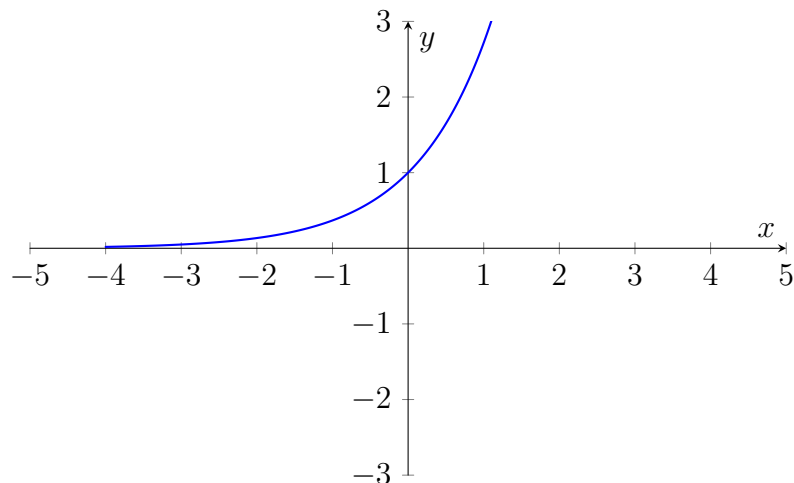
Osservazione 3 Equivale a traslare verso sinistra il grafico di $a = 1$ o equivalentemente traslare verso destra di $a = 1$ il sistema di riferimento.

Esercizio 3 Disegnare il grafico di $g(x) = \log_3(x - 1)$

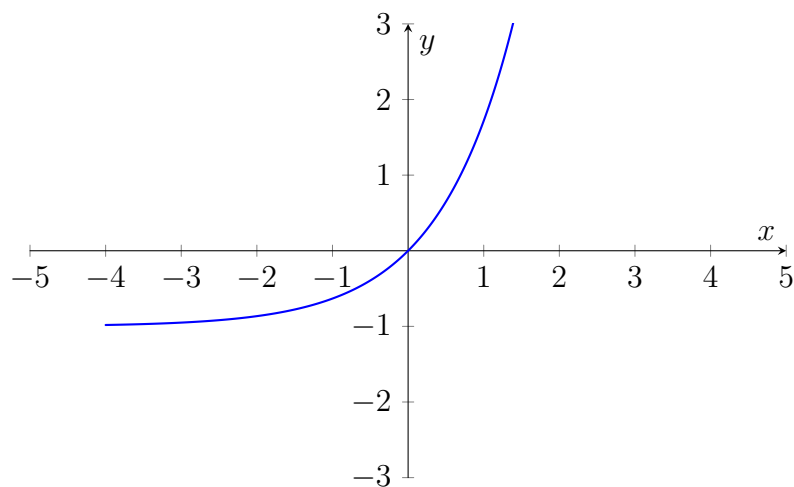
4. Traslazione verso l'alto se $a > 0$ con $f(x) + a$.

4. Traslazione verso il basso se $a < 0$ con $f(x) + a$.

Esempio 4 Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = e^x$



Il grafico della funzione $g(x) = f(x) - 1 = e^x - 1$, sarà il seguente:



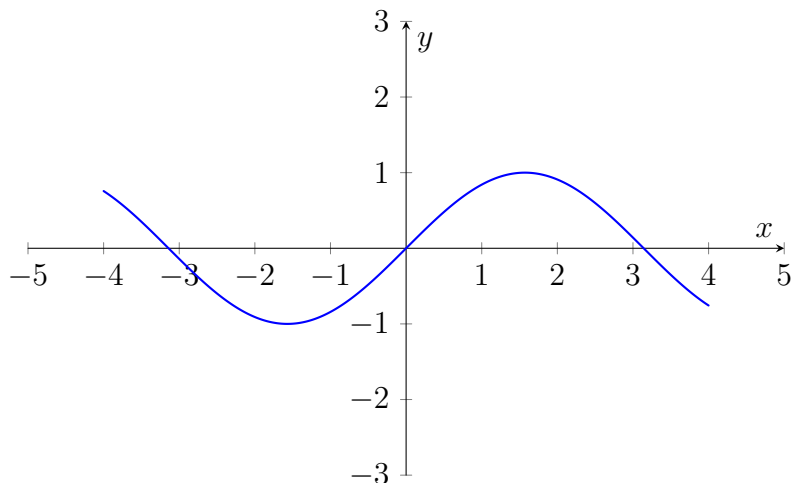
Osservazione 4 Equivale a traslare verso il basso il grafico di $a = 1$ o equivalentemente traslare verso l'alto di $a = 1$ il sistema di riferimento.

Esercizio 4 Disegnare il grafico di $g(x) = \log_3(x) + 1$

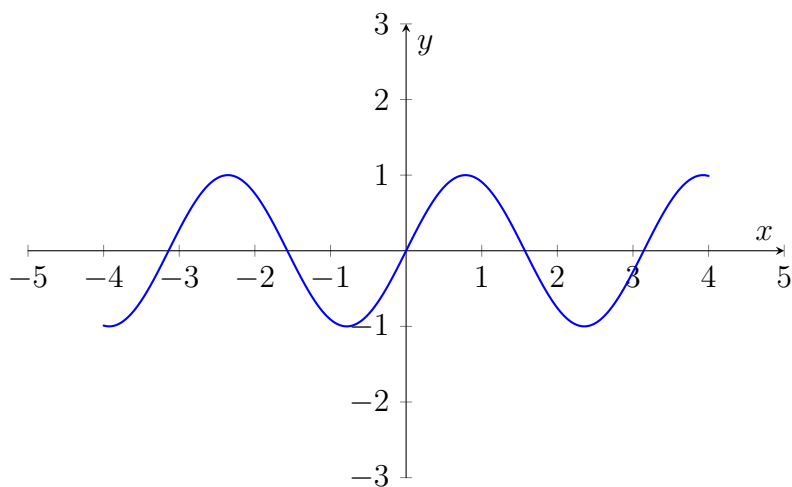
5. Contrazione asse ascisse se $k > 1$ con $f(kx)$.

5. Dilatazione asse ascisse se $0 < k < 1$ con $f(kx)$.

Esempio 5 *Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = \sin x$*



Il grafico della funzione $g(x) = f(2x) = \sin(2x)$, sarà il seguente:



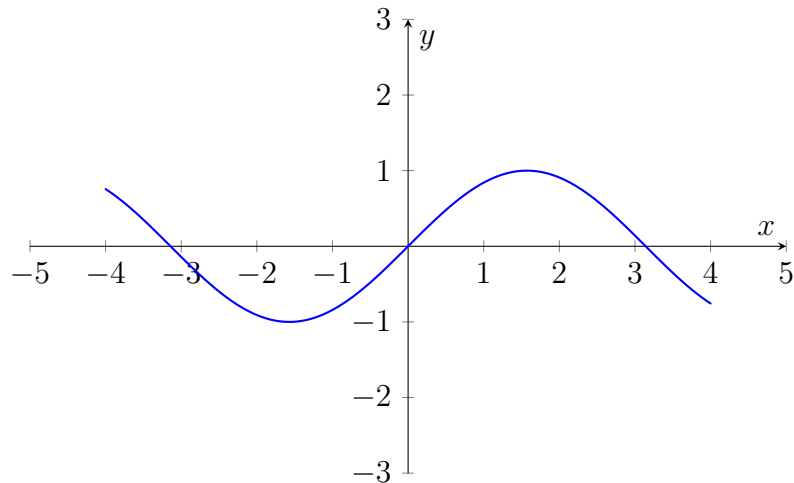
Osservazione 5 *Equivale "schiacciare" di $k = 2$ il grafico lungo l'asse x . Qui si comprende la questione del periodo T della funzione.*

Esercizio 5 *Disegnare il grafico di $g(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$*

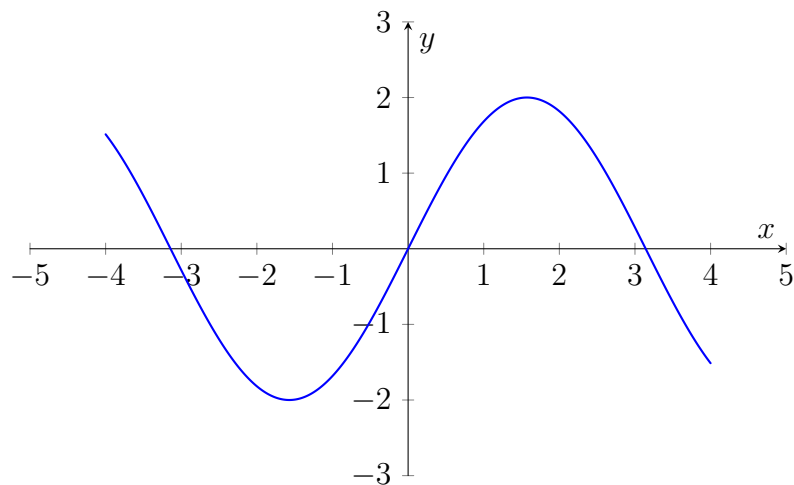
6. Dilatazione asse ordinate se $k > 1$ con $kf(x)$.

6. Contrazione asse ordinate se $0 < k < 1$ con $kf(x)$.

Esempio 6 *Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = \sin x$*



Il grafico della funzione $g(x) = 2f(x) = 2 \sin x$, sarà il seguente:

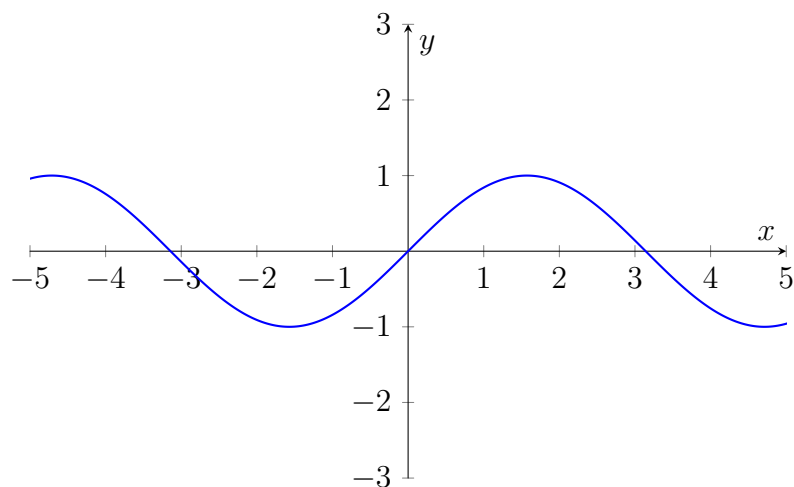


Osservazione 6 *Equivale "tirare" di $k = 2$ il grafico lungo l'asse y .*

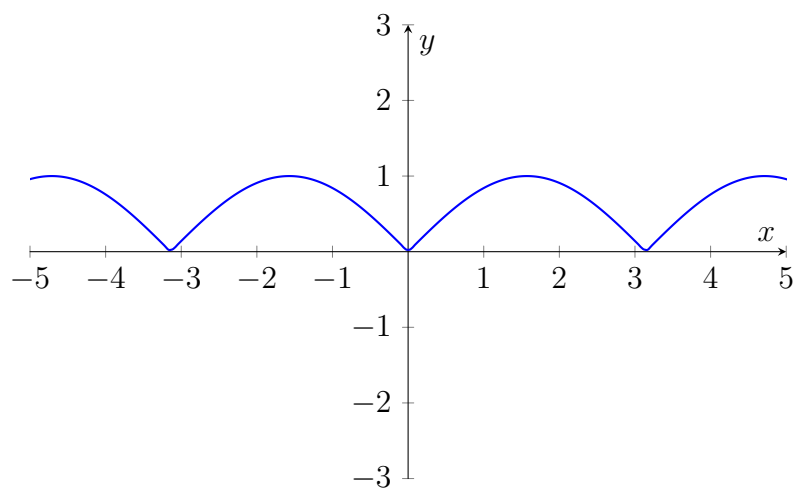
Esercizio 6 *Disegnare il grafico di $g(x) = 2 \cos x$*

7. Simmetria delle parti negative rispetto all'asse delle x : $|f(x)|$.

Esempio 7 Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = \sin x$



Il grafico della funzione $g(x) = |\sin x|$, sarà il seguente:

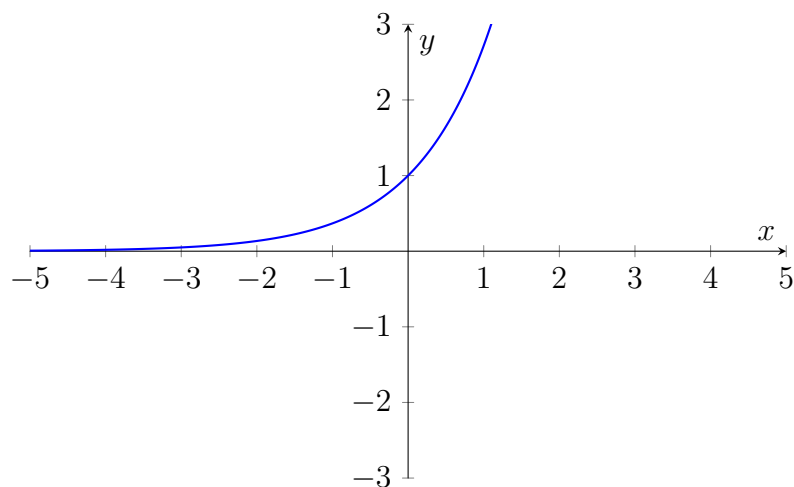


Osservazione 7 Equivale a conservare le parti di grafico che si trovano nel semipiano delle ordinate positive e a "ribaltare" rispetto all'asse delle x le parti negative.

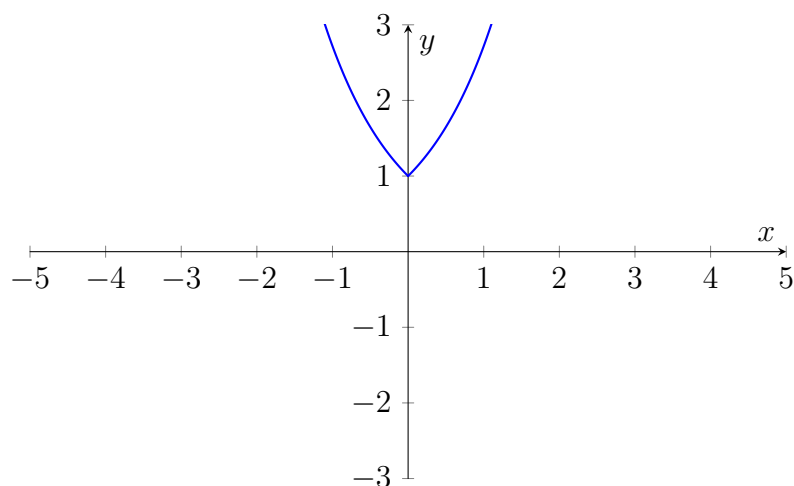
Esercizio 7 Disegnare il grafico di $g(x) = |\log_{\frac{1}{2}}(x)|$

8. Simmetria rispetto all'asse y del grafico per $x \geq 0$: $f(|x|)$.

Esempio 8 *Noi tutti conosciamo il grafico di $f(x) = e^x$*



Il grafico della funzione $g(x) = e^{|x|}$, sarà il seguente:



Osservazione 8 *Equivale a conservare le parti di grafico che si trovano nel semiasse delle ascisse positive. Togliere il grafico per $x < 0$ e sostituirlo, con una simmetria rispetto all'asse delle y , con il grafico corrispondente a $x > 0$.*

Esercizio 8 *Disegnare il grafico di $g(x) = \sqrt[3]{|x|}$*