

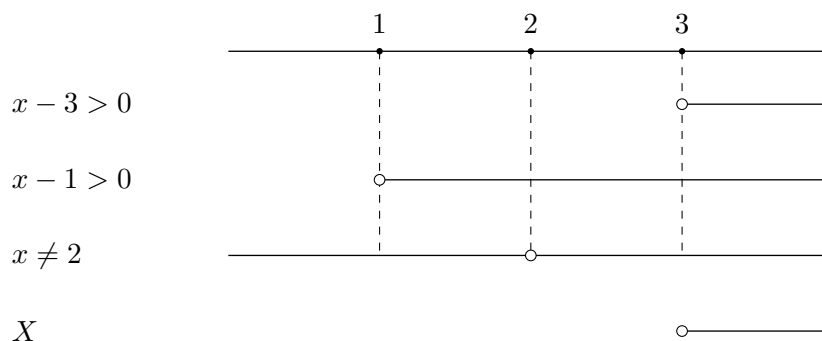
Esercizio 1. Studiare il segno della seguente funzione, determinando eventuali intersezioni con gli assi cartesiani:

$$f(x) = \frac{\log_{\frac{1}{2}}(x-3)}{\log_3(x-1)}$$

Svolgimento

1° Passo: Dominio

Immediatamente si determina il dominio X della funzione:
$$\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-1 > 0 \\ \log_3(x-1) \neq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x > 3 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} .$$



Concludiamo che il dominio della funzione f è $X = (3, +\infty)$.

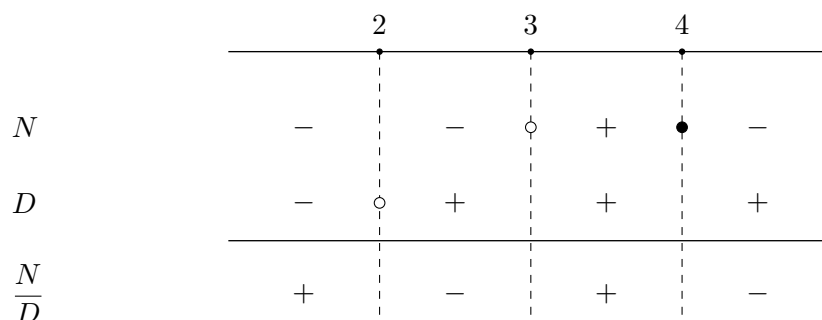
2° Passo: Segno di f

$$\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x-3)}{\log_3(x-1)} \geq 0.$$

$$N : \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 0 \implies 0 < x-3 \leq 1 \implies 3 < x \leq 4.$$

$$D : \log_3(x-1) > 0 \implies x-1 > 1 \implies x > 2.$$

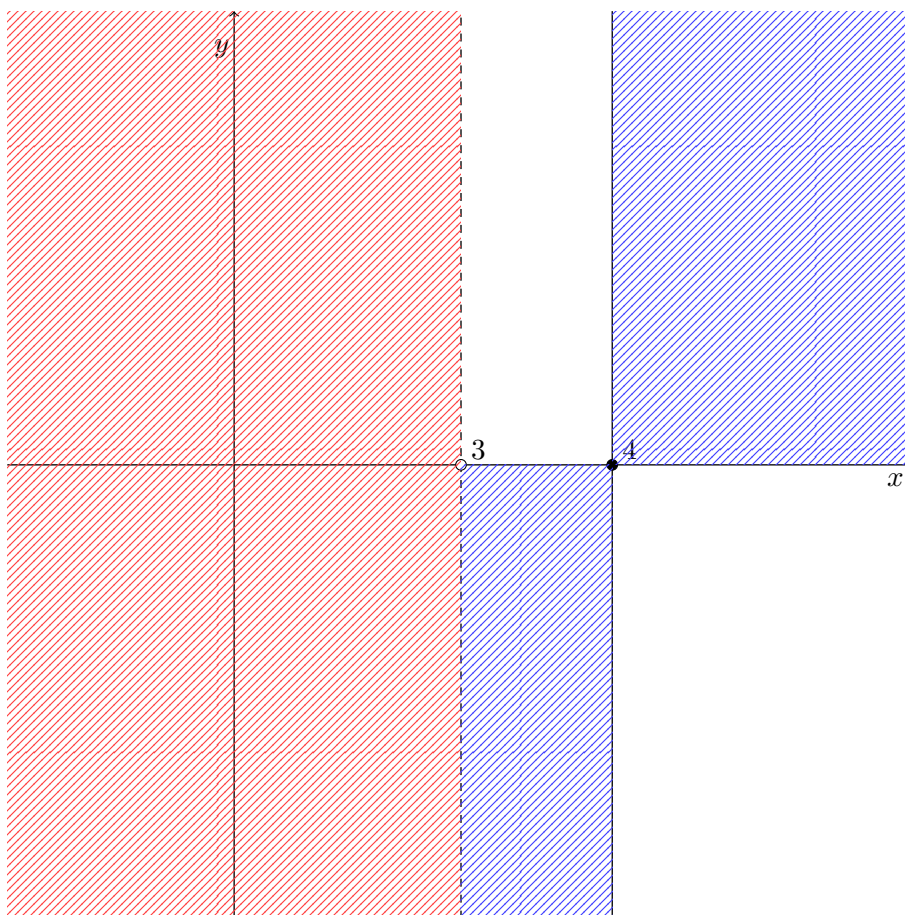
Per non commettere errori di confusione, facciamo il grafico del segno della funzione senza tener conto del dominio (è una brutalità ma la commettiamo a fin di bene) e in seguito dal grafico del segno "eliminiamo" la parte che non è nel dominio X .



La brutalità commessa consiste dal grafico precedente pensare che in $(2,3)$ la funzione sia negativa o anche in $(-\infty,2)$ la funzione sia positiva, cosa assolutamente "brutale" perchè la funzione negli insiemi menzionati non è definita! Immediatamente, per farci perdonare l'abuso, dal grafico depenniamo la parte che non appartiene al dominio X :

		2		3		4		
N								
D								
$\frac{N}{D}$								

f è positiva nell'insieme $A = (3,4)$; f è negativa nell'insieme $B = (4,+\infty)$. Il punto $x = 4$ è uno *zero* della funzione, inoltre poichè $x = 0$ non appartiene al dominio X della funzione concludiamo che il grafico di f non interseca l'asse delle ordinate. Queste prime indicazioni sul dominio e sul segno della funzione ci permettono di costruire nel piano cartesiano il seguente schema (nella parte bianca ci sarà il grafico di f):



Osservazione 1. Questi sono i primi due punti, dominio e segno di f e poi anche le simmetrie (in questo caso non ci sono e sapete il perchè in quanto il dominio X non è simmetrico rispetto a 0), che dobbiamo affrontare nello studio del grafico di una funzione, come vedete l'azione da detective è appena iniziata e si raccolgono informazioni. Per avere un quadro completo e per poi un giorno completare il grafico in modo chirurgico bisogna studiare nuovi argomenti!.