

**Esercizio 1.** *Studiare parzialmente il grafico della funzione  $f(x) = e^{\frac{x+1}{x^2+1}}$ .*

**Osservazione 1.** *Con questa dicitura del parziale vogliamo intendere che noi facciamo uno studio parziale perché non abbiamo ancora sviluppato tutti gli elementi, tipo il calcolo differenziale, che contribuirà alla costruzione del grafico in modo chirurgico. Sul libro si parla di grafico probabile che potrebbe creare confusione pensando a qualcosa di incerto, ma in matematica l'incertezza non è di casa e io preferisco parlare di grafico parziale per il motivo che ho in precedenza precisato.*

### Svolgimento

#### 1° Passo: Dominio

Il dominio della funzione è evidente che sia  $X = (-\infty, +\infty)$

#### 2° Passo: Proprietà di $f$

La funzione non ha proprietà per quelle che in genere si mettono in evidenza, pari, dispari o periodica.

#### 3° Passo: Studio del segno di $f$

E' anche evidente che tale funzione è positiva nel suo dominio  $X = (-\infty, +\infty)$ .

#### 4° Passo: Intersezione con gli assi

Il grafico della funzione non interseca l'asse delle ascisse, invece  $f(0) = e$  e quindi tale grafico passa per il punto  $P \equiv (0, e)$ .

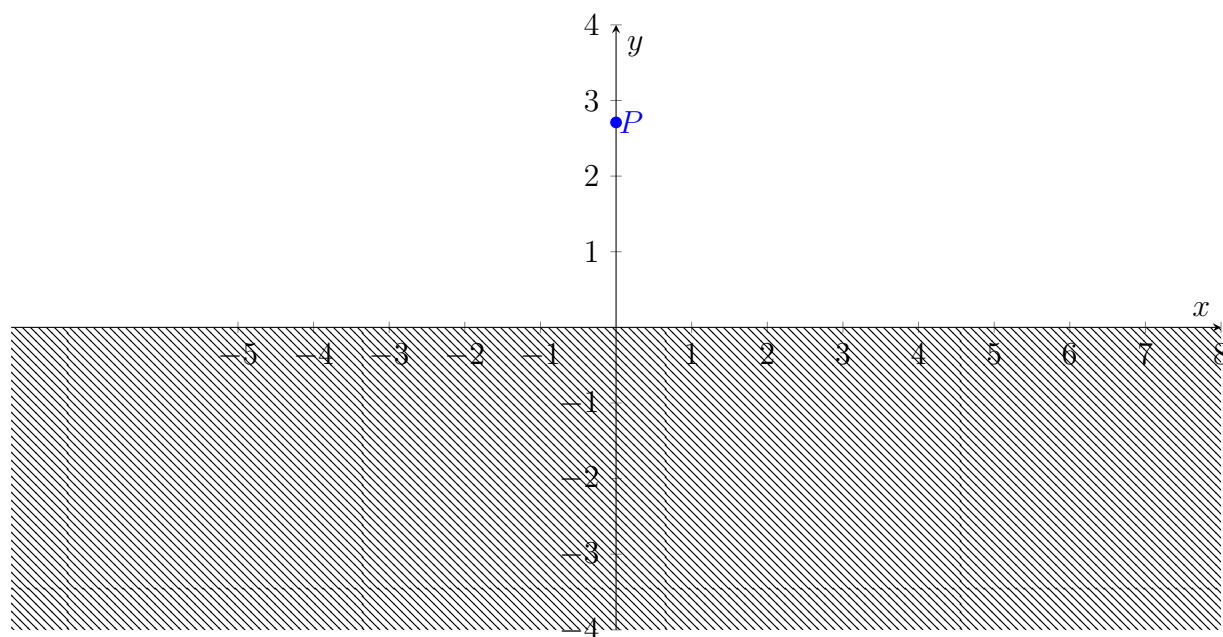


Figura 1: Dati parziali studio del grafico della funzione

### 5° Passo: limiti ai bordi del dominio

Riferendoci al dominio  $X = (-\infty, +\infty)$  calcoliamo i limiti ai bordi di esso:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}} \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}}.$$

Il primo limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = e^{0^-} = 1^-$ .

Il secondo limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = e^{0^+} = 1^+$ .

I due limiti ci dicono che la retta  $y = 1$  è un asintoto orizzontale.

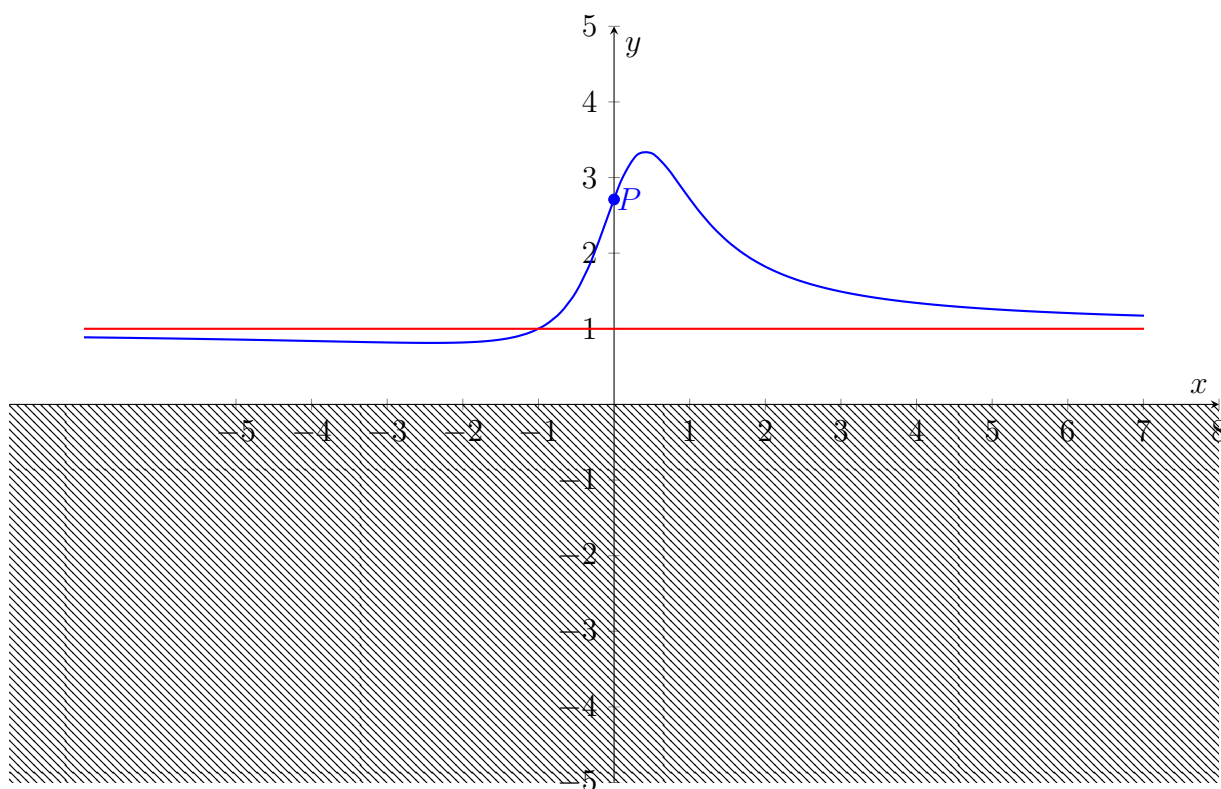


Figura 2: Dati parziali studio del grafico della funzione