

Nota derivata tre funzioni

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

3 Febbraio 2026

In questa breve nota metteremo in evidenza come affrontare il calcolo della derivata del prodotto di tre funzioni, situazione peraltro non spesso riscontrabile nel calcolo. La formula che metteremo in evidenza può essere estesa facilmente ad un numero n di fattori e non è per nulla difficile da ricordare a memoria.

Sia assegnata la funzione $h(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot t(x)$, sappiamo come eseguire il calcolo quando abbiamo soltanto due fattori. In altre parole se abbiamo:

$$h(x) = f(x) \cdot g(x) \implies h'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) ..$$

Nel caso di tre fattori riporteremo il calcolo a quello precedente e quindi:

$$h(x) = [f(x) \cdot g(x)] \cdot t(x)$$

$$h'(x) = [f(x) \cdot g(x)]' \cdot t(x) + [f(x) \cdot g(x)] \cdot t'(x)$$

$$h'(x) = [f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)] \cdot t(x) + [f(x) \cdot g(x)] \cdot t'(x)$$

$$h'(x) = f'(x) \cdot g(x) \cdot t(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot t(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot t'(x)$$

L'ultima relazione cosa ci dice in parole espressive ma poco rigorose? Semplicemente che per eseguire la derivata del prodotto di tre funzioni bisogna derivare ciascun fattore e lasciare inalterati gli altri due. "Spostare la derivata sui tre fattori!!!" (Non significa nulla ma si comprende!!!)

Esempio 1. *Eseguire la derivata della funzione $f(x) = x^3 \cdot \sin x \cdot 2^x$*

Svolgimento

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \sin x \cdot 2^x + x^3 \cdot \cos x \cdot 2^x + x^3 \cdot \sin x \cdot 2^x \ln 2 = x^2(3 \cdot \sin x \cdot 2^x + x \cdot \cos x \cdot 2^x + x \cdot \sin x \cdot 2^x \ln 2)$$

Esempio 2. *Eseguire la derivata della funzione $f(x) = (x^2 - 3) \cdot \ln x \cdot x^3$*

Svolgimento

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \cdot \ln x \cdot x^3 + (x^2 - 3) \cdot \frac{1}{x} \cdot x^3 + (x^2 - 3) \cdot \ln x \cdot 3x^2 = 2x^4 \ln x + x^4 - 3x^2 + (3x^4 - 9x^2) \ln x = \\ &= 2x^4 \ln x + x^4 - 3x^2 + 3x^4 \ln x - 9x^2 \ln x = (5x^4 - 9x^2) \ln x + x^4 - 3x^2. \end{aligned}$$

$$\text{In definitiva } f'(x) = (5x^4 - 9x^2) \ln x + x^4 - 3x^2.$$

Osservazione 1. *La funzione assegnata può essere anche scritta come $f(x) = (x^5 - 3x^3) \cdot \ln x$. Successivamente la derivata si calcola come derivata del prodotto di due funzioni e forse in questo caso è più facile seguire questa strada. Provare per credere!!!!*

In conclusione prima di fare qualcosa, osservate bene come operare e quale strada prendere. Come faccio a saperlo? Facendo molti esercizi e dedicando amore e tempo alle proprie passioni. Questa è la ricetta!!!