

# Nota derivate con radicali

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

3 Febbraio 2026

Supponiamo di avere la funzione  $f(x) = \sqrt[n]{x^m}$  e supponiamo  $m > n$  e quindi  $m - n > 0$ .

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}} \implies f'(x) = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} = \frac{m}{n} x^{\frac{m-n}{n}} \implies f'(x) = \frac{m}{n} \sqrt[n]{x^{m-n}}.$$

**Esempio 1.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ . In questo caso applicando la relazione direttamente abbiamo  $f'(x) = \frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2}$ .

Supponiamo di avere la funzione  $f(x) = \sqrt[n]{x^m}$  e supponiamo questa volta che sia  $n > m$  e quindi  $n - m > 0$ .

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}} \implies f'(x) = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} = \frac{m}{n} x^{\frac{m-n}{n}} = \frac{m}{n} x^{-\frac{n-m}{n}} \implies f'(x) = \frac{m}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-m}}}.$$

**Esempio 2.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \sqrt[5]{x^3}$ . In questo caso applicando la relazione direttamente abbiamo  $f'(x) = \frac{3}{5 \cdot \sqrt[5]{x^2}}$ .

**Osservazione 1.** Faccio notare esplicitamente che nell'**Esempio 1** l'indice del radicale è più piccolo dell'esponente del radicando. Nell'**Esempio 2** l'indice del radicale è più grande dell'esponente del radicando.

**Esempio 3.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = x^2 \sqrt[4]{x}$ . In questo caso il fattore fuori dal radicale  $x^2$  si "porta sotto il simbolo di radice" e ci si riconduce all'**Esempio 1**. In questo caso diventa:  $f(x) = \sqrt[4]{x^9}$  e quindi  $f'(x) = \frac{9}{4} \sqrt[4]{x^5}$ .

**Esempio 4.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = x^3 \sqrt[3]{x}$ .

**Esercizio 1.** Provare a calcolare una formula generale per  $f'(x)$  nel caso  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$ . Esiste una differenza nel caso  $n > m$  o  $m > n$ ?