

Esercizio 1. Determina il dominio X della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{\ln^2 x - \ln x}{\ln|x-4|}}$$

Svolgimento

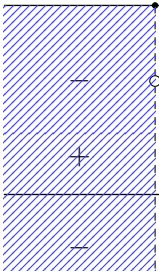
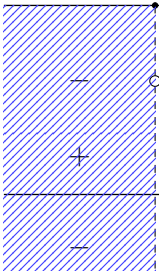
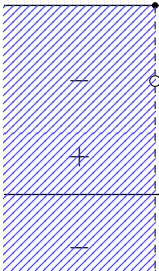
Per individuare il dominio X della funzione poniamo le seguenti condizioni a sistema: $\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ |x-4| \neq 0 \\ \frac{\ln^2 x - \ln x}{\ln|x-4|} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \\ \frac{\ln^2 x - \ln x}{\ln|x-4|} \geq 0 \end{cases}.$$

$$\frac{\ln^2 x - \ln x}{\ln|x-4|} \geq 0$$

$$N : \ln^2 x - \ln x \geq 0 \Rightarrow \ln x \leq 0 \vee \ln x \geq 1 \Rightarrow 0 < x \leq 1 \vee x \geq e$$

$$D : \ln|x-4| > 0 \Rightarrow |x-4| > 1 \Rightarrow x-4 < -1 \vee x-4 > 1 \Rightarrow x < 3 \vee x > 5$$

		0		1		e		3		4		5	
N			-	o	+	•	-	•	+		+	o	+
D			+		+		+		o	-	o	-	o
$\frac{N}{D}$			-		+		-		+		-	-	+

$S = (0,1] \cup [e,3) \cup (5,+\infty)$. Mi sembra evidente che questo insieme coinciderà anche con il dominio della funzione $X = S$ in quanto la funzione è definita quando il *radicando* è non negativo con le opportune condizioni poste in relazione all'esistenza del logaritmo Neperiano, concludiamo:

$$X = (0,1] \cup [e,3) \cup (5,+\infty).$$