

Nota sulle nozioni di base sulle funzioni

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

17 Settembre 2026

Prima di introdurre alcuni concetti di base sulle funzioni, facciamo chiarimento su alcuni simboli che utilizzeremo con una certa frequenza.

Il simbolo $\forall$ si chiama *Quantificatore Universale* e si legge **Per ogni**.

Il simbolo $\exists$ si chiama *Quantificatore Esistenziale* e si legge **Esiste almeno**.

Il simbolo $\exists!$ si legge **Esiste ed è unico**.

Il simbolo $\in$ si chiama *Simbolo di Appartenenza* e si legge **Appartiene o Appartenente**.

Fatte queste premesse sull'uso di alcuni simboli, affermiamo che per costruire una funzione dobbiamo avere a disposizione due insiemi A e B , inoltre bisogna definire una legge f tra questi due insiemi che goda della seguente proprietà:

(*) Ogni elemento di A deve avere uno e un solo corrispondente in B .

Si sa la matematica non ama sprecare troppe parole e quindi preferisce utilizzare un suo linguaggio. Possiamo racchiudere in sintesi quanto detto in precedenza con linguaggio "matematico" (non pubblicizzate quest'ultimo termine in quanto sarei passibile di denuncia):

(*) $\forall a \in A \quad \exists! b \in B / f(a) = b$

Come già detto in precedenza la scrittura in alto si legge: "Per ogni elemento a appartenente ad A esiste uno e un solo elemento b di B che è il corrispondente di a ". L'elemento b si dice anche l'immagine di a tramite f .

Definizione 1. Se la situazione appena descritta si verifica, allora possiamo dire di aver costruito una funzione da A in B e utilizziamo la scrittura $f : A \rightarrow B$.

L'insieme A si chiama **DOMINIO** e l'insieme B si chiama **CODOMINIO**.

Osservazione 1. Sulle funzioni, dette anche *applicazioni*, si possono dire molte cose e ci sono paragrafi interi di libri su tali argomenti. Personalmente mi limiterò ad enunciare le nozioni fondamentali e lo farò utilizzando un linguaggio formale riportato in molti testi di Algebra.

Nel mondo delle funzioni esiste una certa classificazione, si è notato che alcune funzioni possono avere delle proprietà e altre quella stessa proprietà non la verificano. Vediamo di mettere in evidenza queste proprietà delle funzioni.

Definizione 2. Una funzione $f : A \rightarrow B$, si dice INIETTIVA se vale la seguente proprietà:

(I) Per ogni coppia di elementi distinti del dominio A i corrispondenti in B sono distinti. Oppure con rigore matematico:

$$(I) : \forall x_1, x_2 \in A \quad e \quad x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

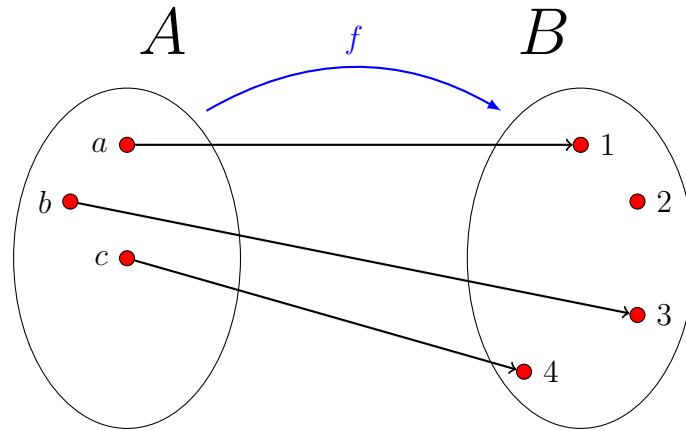


Figura 1: In alto una rappresentazione grafica di una funzione iniettiva

Definizione 3. Una funzione $f : A \rightarrow B$, si dice SURIETTIVA se vale la seguente proprietà:

(S) Ogni elemento del codominio B è il corrispondente di qualche elemento del dominio A . Oppure con rigore matematico:

$$(S) : \forall y \in B \quad \exists x \in A \quad \text{con} \quad f(x) = y$$

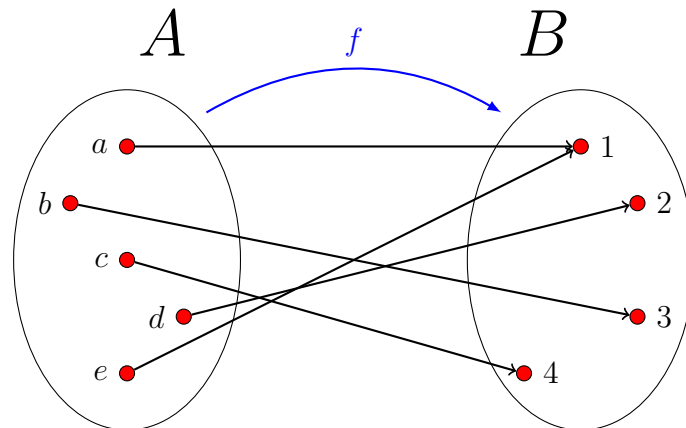


Figura 2: In alto una rappresentazione grafica di una funzione suriettiva

Definizione 4. Una funzione $f : A \rightarrow B$, si dice BIETTIVA se vale la seguente proprietà:

(B) Ogni elemento del codominio B è il corrispondente di un unico elemento del dominio A .
Oppure con rigore matematico:

$$(B) : \forall y \in B \quad \exists! x \in A \quad \text{con} \quad f(x) = y$$

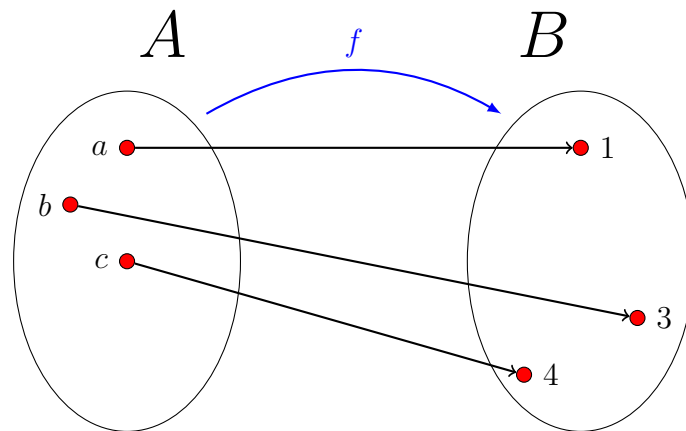


Figura 3: In alto una rappresentazione grafica di una funzione biettiva

Esempio 1. In questo esempio si riporta una rappresentazione grafica di una funzione che non ha nè la proprietà evidenziata nella definizione 2 (funzione iniettiva) e nè la proprietà evidenziata nella definizione 3 (funzione suriettiva).

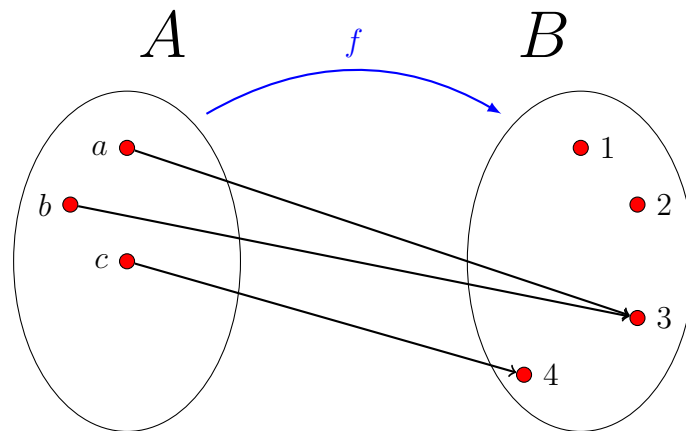


Figura 4: In alto una rappresentazione grafica di una funzione non iniettiva e non suriettiva

Infatti la funzione non è iniettiva perché gli elementi $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ sono distinti e hanno la stessa immagine, dunque $f(\mathbf{a}) = 3$ e $f(\mathbf{b}) = 3$. Osserviamo anche che la funzione non è suriettiva perché l'elemento $1 \in B$ e non esiste un elemento di A che abbia per immagine l'elemento 1.

Osservazione 2. In questo esempio si riporta una rappresentazione grafica di qualcosa che non è una funzione perché non verifica la condizione (*) scritta all'inizio che è fondamentale per definire una funzione tra due insiemi. Si può ben osservare che l'elemento a non ha corrispondente.

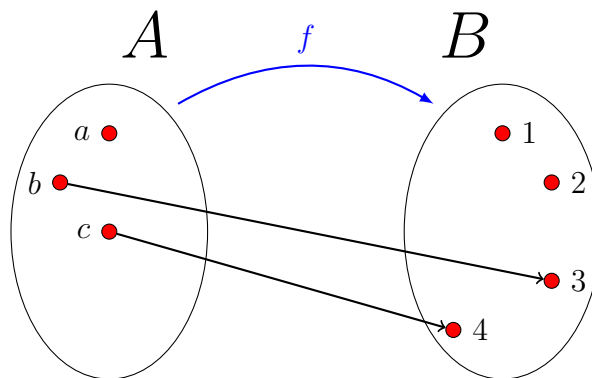


Figura 5: La rappresentazione in alto non è quello di una funzione

Osservazione 3. In questo esempio si riporta una rappresentazione grafica di qualcosa che non è una funzione perché come nell'esempio precedente non verifica la condizione (*) scritta all'inizio. Si può ben osservare che l'elemento a ha più di un corrispondente.

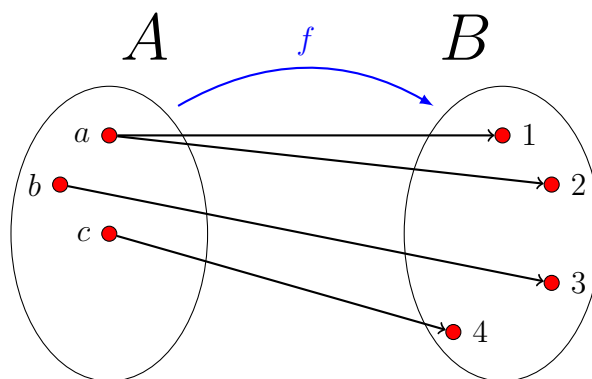


Figura 6: La rappresentazione in alto non è quello di una funzione

Sintetizziamo le proprietà delle funzioni con il seguente schema:

	iniettiva	suriettiva
figura 1	si	no
figura 2	no	si
figura 3	si	si
figura 4	no	no

In figura 4 c'è il prototipo della schifezza delle funzioni, mentre nelle figura 5 e figura 6 non sono nemmeno funzioni.