

Esercizio pagina 743 n.296

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

6 Febbraio 2025

Partendo da $\sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$ e $\cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$.

Nella prima dividiamo numeratore e denominatore per $\cos^2 \alpha$, troviamo $\sin^2 \alpha = \frac{tg^2 \alpha}{1 + tg^2 \alpha}$.

Nella seconda dividiamo numeratore e denominatore per $\cos^2 \alpha$, troviamo $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + tg^2 \alpha}$.

Passiamo all'esercizio:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{tg^2 \alpha}{1 + tg^2 \alpha} + \frac{1}{tg \alpha} - 1}{\frac{2}{tg^2 \alpha} + \frac{1}{1 + tg^2 \alpha}} &= \frac{\frac{tg^3 \alpha + 1 + tg^2 \alpha - tg \alpha - tg^3 \alpha}{tg \alpha (1 + tg^2 \alpha)}}{\frac{2 + 2tg^2 \alpha + tg^2 \alpha}{tg^2 \alpha (1 + tg^2 \alpha)}} = \\ &= \frac{tg^2 \alpha - tg \alpha + 1}{tg \alpha (1 + tg^2 \alpha)} \cdot \frac{tg^2 \alpha (1 + tg^2 \alpha)}{3tg^2 \alpha + 2} = \frac{tg \alpha (tg^2 \alpha - tg \alpha + 1)}{3tg^2 \alpha + 2}. \end{aligned}$$

Ora però vi insegno una tecnica per togliere la polvere dagli occhi, io vedo molto fumo!!!!

Poniamo $tg \alpha = t$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{t^2}{1 + t^2} + \frac{1}{t} - 1}{\frac{2}{t^2} + \frac{1}{1 + t^2}} &= \frac{\frac{t^3 + 1 + t^2 - t - t^3}{t(1 + t^2)}}{\frac{2 + 2t^2 + t^2}{t^2(1 + t^2)}} = \\ &= \frac{t^2 - t + 1}{t(1 + t^2)} \cdot \frac{t^2(1 + t^2)}{3t + 2} = \frac{t(t^2 - t + 1)}{3t^2 + 2}. \end{aligned}$$

Nell'ultima relazione sostituendo $t = tg \alpha$ si ottiene: $\frac{tg \alpha (tg^2 \alpha - tg \alpha + 1)}{3tg^2 \alpha + 2}$.