

Esempi di disequazioni fratte "light"

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

21 Ottobre 2025

In questa sezione vogliamo discutere di un'altra classe di disequazioni, le disequazioni frazionarie o fratte e lo faremo utilizzando la regola dei segni. In altre parole troveremo le soluzioni della disequazione posta studiando il segno sia del numeratore che del denominatore, faremo una rappresentazione dei segni e dalla sua analisi scriveremo le soluzioni. Vediamo però in pratica come si procede.

Esempio 1 *Risolvere la seguente disequazione:*

$$\frac{2x+1}{-3x+5} \leq 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **N:** $2x+1 \geq 0 \implies 2x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{2}$.
- **D:** $-3x+5 > 0 \implies -3x > -5 \implies x < \frac{5}{3}$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$	
					
N	$-$		$+$		$+$
D	$+$		$+$		$-$
$\frac{N}{D}$	$-$		$+$		$-$

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è ≤ 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S : x \leq -\frac{1}{2} \vee x > \frac{5}{3}$.

Esempio 2 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{3x+1}{-3x+4} \geq 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **N:** $3x+1 \geq 0 \implies 3x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{3}.$
- **D:** $-3x+4 > 0 \implies 3x < 4 \implies x < \frac{4}{3}.$

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$	
					
N	$-$		$+$		$+$
D	$+$		$+$		$-$
$\frac{N}{D}$	$-$		$+$		$-$

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è ≥ 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S : -\frac{1}{3} < x < \frac{4}{3}.$

Esempio 3 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2x-1}{5x+2} > 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **N:** $2x - 1 > 0 \implies 2x > 1 \implies x > \frac{1}{2}$.
- **D:** $5x + 2 > 0 \implies 5x > -2 \implies x > -\frac{2}{5}$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{2}{5}$		$\frac{1}{2}$	
		•		•	
N	—		—	○	+
D	—	○	+		+
$\frac{N}{D}$	+		—		+

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è > 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S : x < -\frac{2}{5} \vee x > \frac{1}{2}$.

Esempio 4 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{-6x+1}{x-4} < 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

• **N:** $-6x+1 > 0 \implies 6x < 1 \implies x < \frac{1}{6}.$

• **D:** $x-4 > 0 \implies x > 4.$

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$\frac{1}{6}$		4	
		•		•	
N	+	○	-		-
D	-		-	○	+
$\frac{N}{D}$	-		+		-

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è < 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S : x < -\frac{1}{6} \vee x > 4.$

Esercizio 1

Risolvere le seguenti disequazioni fratte:

a) $\frac{-2x+5}{3x-1} \leq 0$

b) $\frac{5x-2}{-x-3} > 0$

c) $\frac{4x-1}{2x+5} < 0$

d) $\frac{-2x-7}{7x-1} \geq 0$