

Nozioni sugli intervalli di \mathbb{R}

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola

17 Settembre 2024

Proprietà delle disuguaglianze

In questo paragrafo vogliamo introdurre alcune nozioni di base che si saranno utili nel futuro.

La scrittura $a < b$ si legge *a minore di b*

La scrittura $a \leq b$ si legge *a minore o uguale di b*

La scrittura $a > b$ si legge *a maggiore di b*

La scrittura $a \geq b$ si legge *a maggiore o uguale di b*

Le precedenti scritture si dicono essere *delle disuguaglianze*. Ora vogliamo richiamare alcune **Proprietà delle disuguaglianze** che risultano essere molto naturali e seguono il buon senso.

Proprietà 1

Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a > b \implies a + c > b + c;$ $a > b \implies a - c > b - c$

Aggiungendo o sottraendo una medesima disuguaglianza si ottiene una disuguaglianza che conserva il verso.

Proprietà 2

Se $a, b \in \mathbb{R}$ $c > 0$ $a > b \implies ac > bc;$ $a > b \implies \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Moltiplicando o dividendo una medesima disuguaglianza per un numero positivo si ottiene una disuguaglianza che conserva il verso.

Proprietà 3

Se $a, b \in \mathbb{R}$ $c < 0$ $a > b \implies ac < bc;$ $a > b \implies \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

*Moltiplicando o dividendo una medesima disuguaglianza per un numero negativo si ottiene una disuguaglianza che cambia il verso. **Questa proprietà spesso si applica, dunque attenzione!!!** Quando si moltiplica o si divide per un numero negativo occhi aperti perchè il verso cambia!!!*

Proprietà 3

$$\text{Se } a, b \in \mathbb{R} - \{0\} \quad a > b \implies \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

Questa proprietà vale purchè a e b siano concordi (devono avere lo stesso segno, entrambi positivi o entrambi negativi)!!!

Se si scrive una disequaglianza e si passa agli inversi si cambia il verso!!!

Se i numeri non sono concordi la proprietà appena menzionata è un'eresia, infatti $-3 < 7$ purtroppo non è vero che $-\frac{1}{3} > \frac{1}{7}$ e allo stesso modo $4 > -2$ ma non è vero che $\frac{1}{4} < -\frac{1}{2}$ (osserva che i termini non sono concordi!!!).

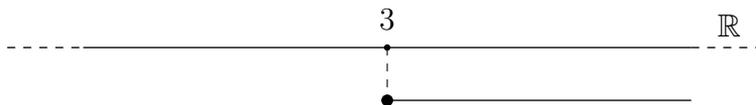
Notazione sugli intervalli

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (-2, +\infty)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



Questo intervallo è illimitato superiormente, limitato e aperto inferiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = [3, +\infty)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



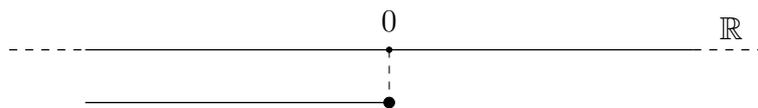
Questo intervallo è illimitato superiormente, limitato e chiuso inferiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (-\infty, 4)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



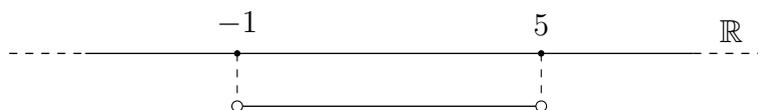
Questo intervallo è illimitato inferiormente, limitato e aperto superiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (-\infty, 0]$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



Questo intervallo è illimitato inferiormente, limitato e chiuso superiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 5\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (-1, 5)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



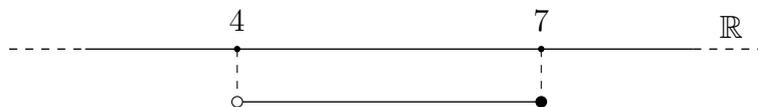
Questo intervallo è limitato, aperto inferiormente e superiormente o aperto.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = [-3, 2)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



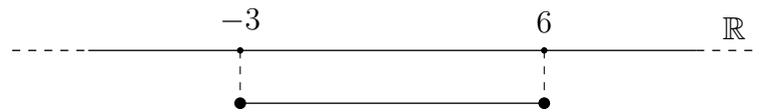
Questo intervallo è limitato, chiuso inferiormente e aperto superiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 7\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (4, 7]$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



Questo intervallo è limitato, aperto inferiormente e chiuso superiormente.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 6\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = [-3, 6]$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



Questo intervallo è limitato, chiuso inferiormente e superiormente o *chiuso*.

- L'insieme $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < +\infty\}$ lo indicheremo in forma compatta con $I = (-\infty, +\infty)$. Una rappresentazione grafica è la seguente:



Questo intervallo è illimitato inferiormente e superiormente, si dice anche *illimitato*.