Nota sulle proporzioni

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola 10 Ottobre 2026

Definizione 1. *Una proporzione è un'uguaglianza tra due rapporti e si scrive in questo modo:*

$$a : b = c : d$$

In generale $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ *e per non cadere in situazioni anomale possiamo supporre che tutti i termini siano non nulli. Osserviamo che in una proporzione* $a \cdot d = b \cdot c$

Esempio 1. *Le seguenti sono tutte proporzioni:* $4 : 7 = 8 : 14$*;* $8 : 2 = 24 : 6$ *perchè sono uguaglianze tra rapporti. Non sono proporzioni* $5 : 8 = 6 : 10$ *e* $3 : 8 = 4 : 5$ *perchè non sono uguaglianze tra rapporti.*

Assegnata la proporzione in alto centrale:

- a e d si chiamano *estremi*
- b e c si chiamano *medi*
- a e c si chiamano *antecedenti*
- b e d si chiamano *conseguenti*

Per controllare se una scrittura è una proporzione possiamo velocemente controllare che *il prodotto dei medi coincide con il prodotto degli estremi.* Ora metiamo in evidenza alcune proprietà che ci permettono di scrivere "nuove proporzioni" a partire da una proporzione assegnata. Prenderemo come proporzione di riferimento quella assegnata all'inizio nella parte centrale:

- *Proprietà del permutare i medi*: $a : c = b : d$
- *Proprietà del permutare gli estremi*: $d : b = c : a$
- *Proprietà dell'invertire*: $b : a = d : c$
- *Proprietà del comporre sugli antecedenti*: $(a + b) : a = (c + d) : c$
- *Proprietà del comporre sui conseguenti*: $(a + b) : b = (c + d) : d$
- *Proprietà dello scomporre sugli antecedenti*: $(a - b) : a = (c - d) : c$
- *Proprietà dello scomporre sui conseguenti*: $(a - b) : b = (c - d) : d$

Dato per acquisito che $a : b = c : d$ sia una proporzione. Sareste capaci di dimostrare le sette proprietà precedenti? Provateci! Questo vuol dire iniziare a fare matematica!! Vuol dire riflettere, ragionare e tirare fuori delle conclusioni, possibilmente sensate!!!!!!

Noi abbiamo svolto degli esercizi dove bisognava trovare dei termini incogniti di una proporzione:

$4 : x = 8 : 10 \Longrightarrow x = \dfrac{4 \cdot 10}{8} \Longrightarrow x = 5$ e quindi sarà $4 : 5 = 8 : 10$.

Abbiamo anche visto esercizi del tipo $(x-5):4=5:10$, in primo luogo applichiamo la *Proprietà del permutare i medi* $(x-5):5=4:10$ poi applichiamo la *Proprietà del comporre sui conseguenti* $[(x-5)+5]:5=(4+10):10$ e quindi $x:5=14:10$ e finalmente $x=\dfrac{5\cdot 15}{10}=7\Longrightarrow x=7$.

Come ci comportiamo se abbiamo il seguente esercizio: $x+5:30=3:12$, in questo caso ho detto di svolgere l'esercizio in questo modo:

$$x+5=\frac{30\cdot 3}{12}\Longrightarrow x+5=\frac{90}{12}\Longrightarrow x+5=\frac{15}{2}\Longrightarrow x=\frac{15}{2}-5\Longrightarrow x=\frac{5}{2}.$$

Come vedete in questo esercizio non ci siamo avvalsi delle solo proprietà delle proporzioni per determinare x. Questo tipo di lacuna ci permette di chiederci se possiamo risolvere l'esercizio precedente potendo utilizzare solo di proprietà delle proporzioni. A tal proposito dobbiamo mettere in evidenza ancora altre proprietà delle proporzioni.

Se $m\in\mathbb{R}-\{0\}$ e $a:b=c:d$ è una proporzione, provate a dimostrare che sono proporzioni anche le seguenti:

a) $(a\cdot m):(c\cdot m)=b:d$

b) $a:b=(c\cdot m):(d\cdot m)$

c) $(a:m):(c:m)=b:d$

d) $a:b=(c:m):(d:m)$

e) $(a\cdot m):b=(c\cdot m):d$

f) $a:(b\cdot m)=c:(d\cdot m)$

g) $(a:m):b=(c:m):d$

h) $a:(b:m)=c:(d:m)$

Queste proprietà sembrano innocue, vi invito a verificarle perchè io non le ho controllate e non vorrei commettere errori e gradirei avvalermi della vostra collaborazione, però l'esercizio $(x+5):30=3:12$ può essere svolto in questo modo (utilizzo la proprietà h) con $m=6$:

$x+5:5=3:2$, poi applico la *Proprietà dello scomporre sui conseguenti*: $[(x+5)-5]:5=(3-2):2\Longrightarrow x:5=1:2\Longleftarrow x=\dfrac{5}{2}$. Abbiamo lo stesso risultato di prima ma senza fare tante alchimie, spero di essere riuscito a trasmettere la filosofia!!!!

Esercizio 1. *Determinare il termine incognito delle seguenti proporzioni:*

$$(x+4):12=5:3$$
$$21:(x+3)=14:4$$